

## ملخص درس المعادلات والمترجمات والنظمت

الجواب (1):  $4x^2 - 9 = 0$  يعني  $(2x)^2 - 3^2 = 0$  يعني

$$(2x-3)(2x+3) = 0$$

يعني  $2x+3=0$  أو  $2x-3=0$  يعني  $x = \frac{3}{2}$  أو  $x = -\frac{3}{2}$

الطريقة: في جدول نعطي إشارة كل عامل على الشكل  $ax + b$  ثم استنتج إشارة الجداء أو الخارج مع ترتيب تزايد للقيم التي يندم فيها كل عامل.

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x+3$	-	0	+	+
$2x-3$	-	-	0	+
$(2x-3)(2x+3)$	+	0	-	+

و منه فان:  $S = ]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup ]\frac{3}{2}; +\infty[$

$$(1-x)(2x+4) > 0 \quad (2)$$

$1-x=0$  أو  $2x+4=0$  يعني  $(1-x)(2x+4)=0$

يعني  $x=1$  أو  $x=-2$

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$
$2x+4$	-	0	+	+
$1-x$	+	+	0	-
$(1-x)(2x+4)$	-	0	+	-

و منه فان:  $S = ]-2; 1[$

### III. المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

لحل المعادلة:  $ax^2 + bx + c = 0$  نحسب مميز المعادلة

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$$

✓ إذا كان  $\Delta < 0$  فان المعادلة ليس لها حل في  $\mathbb{R}$ .

✓ إذا كان  $\Delta = 0$  فان المعادلة تقبل حلا وجيدا هو:  $-\frac{b}{2a}$

✓ إذا كان  $\Delta > 0$  فان المعادلة تقبل حلين هما:  $-\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}$  و  $-\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

نرمز لمجموعة حلول المعادلة بالرمز  $S$ .

**مثال 1:** المعادلة  $3x^2 + x + 2 = 0$  ليس لها حلا في  $\mathbb{R}$  لأن

$$\Delta = 1 - 4 \times 3 \times 2 = -23 < 0 \quad \Delta < 0$$

و بالتالي مجموعة حلولها هي  $S = \emptyset$ .

**مثال 2:** المعادلة  $x^2 - 10x + 25 = 0$  لها حل وحيد لأن

$$\Delta = 10^2 - 4 \times 25 = 0 \quad \Delta = 0$$

و بالتالي مجموعة حلولها هي  $S = \{5\}$ .

**مثال 3:** نعتبر المعادلة  $x^2 - 3x + 2 = 0$  لدينا  $\Delta = 9 - 4 \times 2 = 1$

بما أن  $\Delta > 0$  فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1 = \frac{3-1}{2} = 1 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{3+1}{2} = 2 \quad \text{و منه} \quad S = \{1; 2\}$$

### I. المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين. كل معادلة على الشكل  $ax + b = 0$  تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد، حيث  $x$  هو المجهول.

أمثلة: حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$(1) \quad -2x + 22 = 0 \quad (2) \quad 3(2x+5) = 6x-1$$

$$(3) \quad 4(x-2) = 6x - 2(x+4) \quad (4) \quad 9x^2 - 16 = 0$$

(الجواب: 1)  $-2x + 22 = 0$  يعني  $-2x = -22$

يعني  $x = 11$  ومنه:  $S = \{11\}$  وتسمى مجموعة حلول المعادلة

$$(2) \quad 3(2x+5) = 6x-1 \quad \text{يعني} \quad 6x+15 = 6x-1$$

يعني  $6x - 6x = -1 - 15$  يعني  $0x = -16$  يعني  $0 = -16$

وهذا غير ممكن ومنه:  $S = \emptyset$

$$(3) \quad 4(x-2) = 6x - 2(x+4) \quad \text{يعني} \quad 4x - 8 = 6x - 2x - 8$$

يعني  $4x - 4x + 8 - 8 = 0$  يعني  $0 = 0$

ومنه: كل عدد حقيقي هو حل لهذه المعادلة وبالتالي:  $S = \mathbb{R}$

(4) أمامنا معادلة من الدرجة الثانية

$$(التعميل) \quad 9x^2 - 16 = 0 \quad \text{يعني} \quad (3x)^2 - 4^2 = 0$$

يعني  $(3x-4)(3x+4) = 0$  يعني  $3x-4=0$  أو  $3x+4=0$

يعني  $3x = 4$  أو  $3x = -4$  يعني  $x = \frac{4}{3}$  أو  $x = -\frac{4}{3}$

ومنه:  $S = \left\{ -\frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right\}$

### II. المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

تعريف: ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين كل مترجمة على الشكل  $ax + b \geq 0$  أو  $ax + b > 0$  أو  $ax + b \leq 0$  أو  $ax + b < 0$  تسمى مترجمة من الدرجة الأولى بمجهول واحد حيث  $x$  هو المجهول.

إشارة الحدانية  $ax + b$ :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	إشارة $a$	0	عكس إشارة $a$

**مثال 1:** حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المترجمات التالية:

$$(1) \quad -2x + 12 > 0 \quad (2) \quad 5x - 15 \leq 0$$

**أجوبة:** (1)  $-2x + 12 > 0$  يعني  $-2x = -12$  يعني  $x = 6$  يكفي  $x = 6$

و بما أن:  $a = -2 < 0$  فان جدول الإشارة هو كالتالي:

$x$	$-\infty$	$6$	$+\infty$
$-2x+12$	-	0	+

و منه فان:  $S = ]-\infty; 6[$

$$(2) \quad 5x - 15 \leq 0 \quad \text{يعني} \quad 5x - 15 = 0$$

و بما أن:  $a = 5 > 0$  فان جدول الإشارة هو كالتالي:

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$5x-15=0$	-	0	+

و منه فان:  $S = ]-\infty; 6[$

**مثال 2:** حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المترجمات التالية:

$$(1) \quad 4x^2 - 9 \geq 0 \quad (2) \quad (1-x)(2x+4) > 0$$

يعني  $-5x-8x=-19-20$  يعني  $-13x=-39$  يعني  $x=3$   
ونعوض  $x$  ب 3 في المعادلة  $y=10-4x$  فنجد  $y=-2$

ومنه:  $S=\{(3,-2)\}$

(2) طريقة التأليف الخطية

**مثال:** حل في  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  النظام التالية :  
 $\begin{cases} 4x+y=10 \\ -5x+2y=-19 \end{cases}$

**الجواب:** نضرب المعادلة الأولى في العدد (-2) فنحصل

على :  $\begin{cases} -8x-2y=-20 \\ -5x+2y=-19 \end{cases}$  ويجمع المعادلتين طرف لطرف نجد:

$-13x=-39$  يعني  $x=3$   
ونعوض  $x$  ب 3 في المعادلة  $4x+y=10$  فنجد  $y=-2$

ومنه:  $S=\{(3,-2)\}$

(3) طريقة المحددة :

**مثال:** طريقة المحددة: حل في  $\mathbb{R}^2$  النظام: (1)  
 $\begin{cases} x+2y=4 \\ -x+4y=2 \end{cases}$

**الجواب:** محددة النظام (1) هي:  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 6 \neq 0$  ومنه النظام

تقبل حلا وحيدا: هو  $x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{12}{6} = 2$  و  $y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{6}{6} = 1$

ومنه:  $S=\{(2,1)\}$

#### IV. إشارة ثلاثية الحدود $: ax^2 + bx + c$

**الحالة 1:** إذا كان  $\Delta > 0$  و  $x_1$  و  $x_2$  هما جذري ثلاثية الحدود فان:

$x$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	$-\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$	إشارة a	0	عكس إشارة a	إشارة a

**الحالة 2:** إذا كان  $\Delta = 0$ :  $x_1$  هو الجذر الوحيد المزدوج فان:

$x$	$-\infty$	$x_1$	$+\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$	إشارة a	0	إشارة a

**الحالة 3:** إذا كان  $\Delta < 0$  فان إشارة  $P(x)$  هي إشارة العدد a

فان:

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$	إشارة a	

**مثال 1:** أدرس إشارة الحدودية  $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$

وحل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة:  $2x^2 - 3x + 1 \geq 0$

**أجوبة (1):**  $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$   $a = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1 > 0$

بما أن  $\Delta > 0$  فان للحدودية جذرين هما:

ومنه:  $x_1 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$  و  $x_2 = \frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{3+1}{4} = 1$

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$P(x)$	+	0	-	0	+

(2) حل المتراجحة:  $S = ]-\infty, \frac{1}{2}] \cup [1, +\infty[$

**مثال 2:** أدرس إشارة الحدودية  $P(x) = -2x^2 + 4x - 2$

وحل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة:  $-2x^2 + 4x - 2 \leq 0$

**أجوبة (1):**  $P(x) = -2x^2 + 4x - 2$   $a = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 16 - 16 = 0$

بما أن  $\Delta = 0$  فان هذه الحدودية لها جذر وحيد هو:  $x_1 = \frac{-(-4)}{2 \times (-2)} = 1$

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$P(x) = -2x^2 + 4x - 2$	-	0	-

(2) حل المتراجحة:  $S = \mathbb{R}$

**مثال 3:** أدرس إشارة الحدودية  $P(x) = 3x^2 + 6x + 5$

وحل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة:  $3x^2 + 6x + 5 < 0$

**أجوبة (1):**  $P(x) = 3x^2 + 6x + 5$   $a = 3 > 0$

ومنه:  $\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \times 3 \times 5 = 36 - 60 = -24 < 0$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$P(x) = 3x^2 + 6x + 5$	+	

(2) حل المتراجحة:  $S = \emptyset$

#### V. النظم:

(1) طريقة التعويض:

**مثال:** حل في  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  النظام التالية :  
 $\begin{cases} 4x+y=10 \\ -5x+2y=-19 \end{cases}$

**الجواب:** نبحث عن  $y$  في المعادلة الأولى مثلا

$4x+y=10$  يعني  $y=10-4x$

ونعوض  $y$  بقيمتها في المعادلة الثانية

$-5x+2(10-4x)=-19$  يعني  $-5x+2y=-19$